Lycée d'enseignement général et technologique Jean Aicard

académie Nice

éducation nationale enseignement supérieur recherche

# Bien préparer sa rentrée en 1S

## Mathématiques


math

# 1. Puissances et racines carrées.

***Exercice 1.*** Rappels de cours. Complète les propriétés suivantes.

Propriété 1 : $a$ et $b$ sont deux nombres réels non nuls, $m$ et $n$ deux entiers.

Alors $a^m \times a^n = \ldots$ ; $a^{-n} = \ldots$ ; $\dfrac{a^m}{a^n} = \ldots$ ; $(a \times b)^n = \ldots$ ; $a^0 = \ldots$ ; $a^1 = \ldots$

Propriété 2 : $a$ et $b$ sont deux réels positifs, $b$ non nul.

Alors $\sqrt{ab} = \ldots$ ; $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \ldots$

***Exercice 2.*** Ecris sous la forme $a^n$ ou $a\sqrt{b}$ avec $a$ et $b$ entiers, $a$ le plus grand possible. Vérifier ses résultats à la calculatrice.

$\dfrac{3^5 \times 3^{11}}{3^{13}}$ ; $2^4 \times \dfrac{2^3}{2^5}$ ; $\dfrac{2^7 \times 3^7}{6^2}$ ; $\dfrac{2^5 \times 4^3}{2}$ ; $\sqrt{12}$ ; $\sqrt{33} \times \sqrt{12}$ .

# 2. développements – factorisations (identités remarquables).

***Exercice 1.*** Rappels de cours : écris les trois identités remarquables.

***Exercice 2.*** Développe et réduis les expressions suivantes.

$a(x) = (5x-3)(-2x-1)$ ; $b(x) = (x-2)^2 - 9$

$c(x) = (-2x+3)(x-1) - (5x-7)(x-1)$ ; $d(x) = -3(x+1)^2 + 12$

***Exercice 3.*** Factorise les expressions suivantes.

$c(x) = (-2x+3)(x-1) - (5x-7)(x-1)$ ; $\mathrm{e}(x) = x^2 - 6x + 9$

$f(x) = 5x^2 + 10x + 5$ *indication : factorise en premier par le coefficient de* $x^2$ *, puis utilise les identités remarquables.*

$b(x) = (x-2)^2 - 9$ *indication : c'est une identité remarquable.*

$d(x) = -3(x+1)^2 + 12$ *indication : commence par factoriser par -3…*

# 3. équations, inéquations – étude du signe d'une fonction.

***Rappels de méthodes :***

●*Pour résoudre une équation qui n'est pas du premier degré, une méthode très efficace est de se ramener à une équation-produit.*

●*Pour résoudre une inéquation qui n'est pas du premier degré, une méthode très efficace est de se ramener à l'étude du signe d'une expression.*

***Exercice 1.***

Résous les équations suivantes. Les fonctions sont celles des exercices de la partie 2.

$3x+1=-4x$ ; $a(x)=0$ ; $c(x)=0$ ;

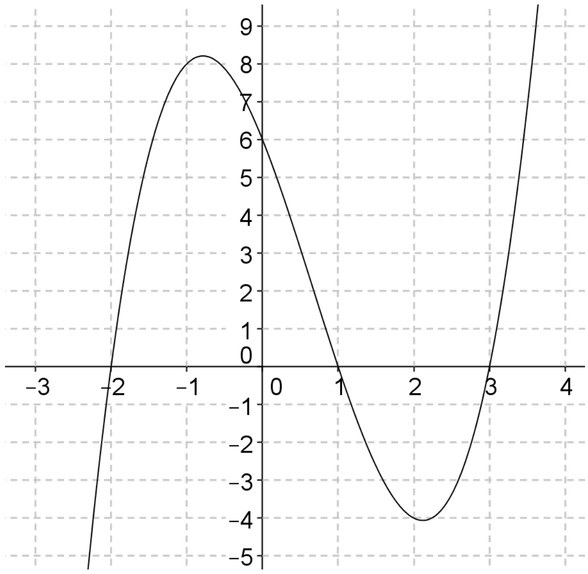
$e(x)=0$ ; $f(x)=0$ ; $b(x)=0$ ; $d(x)=0$

***Exercice 2.***

Résous les inéquations suivantes. Donne les solutions sous la forme d'intervalle ou d'union d'intervalle.

$2x-5>7x+2$ ; $a(x)\leqslant 0$ ; $c(x)>0$ ; $e(x)\leqslant 0$

## 4. fonctions, généralités.




***Exercice 1.*** On considère la fonction $f$ définie pour tout réel de l'intervalle $[-3;4]$ par $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$. La courbe $C_f$ sur le graphique ci-contre est la représentation graphique de $f$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

**1.** Calcule la valeur exacte des images de 0 et 4 par $f$, vérifie les résultats avec la calculatrice.

**2.** Résous graphiquement l'équation $f(x)=0$, puis l'inéquation $f(x)>0$.

**3.** Le point A de coordonnées $(-1;8)$ appartient-il à la courbe $C_f$ ? Démontre ton résultat.

**4.** Soit $g$ la fonction affine définie pour tout réel de $[-3;4]$ par $g(x)=-4x+4$.

**a.** Trace la courbe $C_g$ de la fonction $g$ sur le repère ci-contre.

**b.** Résous graphiquement l'inéquation $f(x)\geqslant g(x)$ sur $[-3;4]$.

***Exercice 2.*** Soit $f$ la fonction définie pour tout réel $x$ par $f(x)=3x^2+12x+5$.

**1.** Démontre que la forme canonique de $f$ est $f(x)=3(x+2)^2-7$.

**2.** Déduis-en le tableau de variation de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-10;10]$

**3.** Donne un encadrement de $f(x)$ lorsque $x\in[-10;10]$.

## 5. Statistiques et probabilités.

***Exercice 1.*** Un dictionnaire de Scrabble indique en première page le nombre de mots qu'il contient en fonction du nombre de lettres qui le composent :

| Nombre de lettres ( $x_i$ ) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de mots ( $n_i$ ) | 75 | 571 | 2364 | 7277 | 16622 | 29996 | 44664 | 42125 | 41234 | 40346 |

**1.** Calcule le nombre moyen de lettres des mots donnés dans ce dictionnaire.

**2.** Détermine la médiane de cette série, ainsi que les premier et troisième quartiles.

***Exercice 2.*** Dans un centre de vacances à la montagne, on propose deux types d'activités sportives : ski et surfs. On interroge un groupe de 40 personnes : 30 pratiquent le ski, 15 le surf, et 6 les deux. Combien ne pratiquent aucun sport ?

***Exercice 3.*** On écrit sur 4 cartons indiscernables les lettres L, C, E et E. On choisit successivement, au hasard et sans remise trois cartons.

A l'aide d'un arbre, détermine les probabilités des événements suivants :

**1.** A : « Le mot obtenu est CLE »

**2.** B : « Le mot contient la lettre C »

**3.** C : « Le mot contient au moins un E »

**4.** $\mathrm{D}=B\cap C$ .

***Exercice 4.***

Bob, ancien professeur de mathématiques, s'occupe de commander et de remplir les machines à boissons des aires d'autoroute. Depuis 10 ans qu'il fait ce travail passionnant, il a noté que parmi les différentes boissons proposées par la machine (cafés, thés, boissons chocolatées, ...), la proportion de cafés est $p=0{,}38$ .

La semaine dernière, il a changé de marque de café. Il s'aperçoit que sur les 400 boissons consommées, 31 % seulement sont des cafés. Il se demande alors si cette variation est due au hasard ou s'il doit mettre en cause la nouvelle marque de café.

**1.** Détermine l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% associé à ce problème.

**2.** Que doit en conclure Bob ?

# 6. Géométrie vectorielle.

***Exercice 1.*** Dans un repère $(O;\ \vec{i},\vec{j})$ du plan, on considère les points $\mathrm{A}(3;\ 0)$, $\mathrm{B}(1;\ 2)$ et M et N tels que $\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AN}}=\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ .

**1.** Calcule les coordonnées des points M et N, puis vérifie tes résultats avec un graphique.

**2.** Les points O, M et N sont-ils alignés ? Justifie ta réponse.

***Exercice 2.*** ABCD est un rectangle de centre 0.

**1.** Fais une figure, puis construis le point E tel que $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=2(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}})$ .

**2.** Pourquoi $\overrightarrow{\mathrm{AO}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ sont-ils colinéaires ?

## 7. algorithmes.

***Exercice 1.*** On considère l'algorithme ci-dessou, où $a$ désigne un nombre entier inférieur à 100.

**1.** Fais fonctionner « à la main » cet algorithme pour $a=12$, puis pour $a=17$.

**2.** Construis le programme avec AlgoBox, puis vérifie les résultats de la question 1 (N'oublie pas de cocher la case « Ajouter un retour à la ligne » quand on demande d'afficher i).

***3.*** Que fait cet algorithme ?

```
▼ VARIABLES
│ ├a EST_DU_TYPE NOMBRE
│ └i EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
│ ├LIRE a
│ ├i PREND_LA_VALEUR a
│ ▼ TANT_QUE (i<=100) FAIRE
│   ├DEBUT_TANT_QUE
│   ├AFFICHER i
│   ├i PREND_LA_VALEUR i+a
│   └FIN_TANT_QUE
└FIN_ALGORITHME
```

***Exercice 2.*** On désire fabriquer un algorithme permettant de déterminer si un nombre réel a rentré par l'utilisateur est solution de l'équation $2x^2+17x-42=0$

```
▼ VARIABLES
│ └a EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
│ ├LIRE a
│ ▼ SI (                                  ) ALORS
│   ├DEBUT_SI
│   ├AFFICHER "Le nombre "
│   ├AFFICHER a
│   ├AFFICHER " est solution de l'équation 2x²+17x-42=0"
│   ├FIN_SI
│   ▼ SINON
│     ├DEBUT_SINON
│     ├AFFICHER "                 "
│     ├
│     ├AFFICHER "                                  "
│     └FIN_SINON
└FIN_ALGORITHME
```

**1.** Complète l'algorithme suivant :

**2.** Construis cet algorithme avec AlgoBox, puis essaie de trouver les solutions de cette équation.

# 8.trigonométrie.

**Exercice 1 :**
Placer sur le cercle trigonométrique les points suivants associés aux valeurs :
M associé à $\frac{26\pi}{3}$ ; N associé à $-\frac{35\pi}{4}$ ; P associé à $-\frac{71\pi}{6}$ .

**Exercice 2 :**
Valeurs remarquables que vous aurez à apprendre :

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\cos x$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ |
| $\sin x$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ |

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(x)=\frac{-1}{2}$
2. Placer sur le cercle trigonométrique les points associés aux solutions trouvées.
3. Donner les solutions appartenant à $[-\mathbf{2\pi}\ ;\mathbf{4\pi}\ ]$.
4. Résoudre sur $[0;2\pi[$ l'inéquation $\cos(x)\geqslant-\frac{1}{2}$ .