

PRÉPARATION TEST DE DÉBUT D'ANNÉE – CORRECTION

Vous trouverez ci-dessous la correction des exemples donnés avec le dossier d'inscription. Cette correction est très détaillée afin de permettre à tous de comprendre les différentes étapes menant au résultat. Vous n'êtes pas obligés de détailler autant chaque calcul.

1) savoir faire des calculs avec des fractions :

$$\bullet \frac{1}{3} + \frac{13}{7} = \frac{1 \times 7}{3 \times 7} + \frac{13 \times 3}{7 \times 3} = \frac{7}{21} + \frac{39}{21} = \frac{46}{21}$$

$$\bullet \frac{3}{5} \times 7 = \frac{3 \times 7}{5} = \frac{21}{5}$$

$$\bullet \frac{5}{9} : 3 = \frac{5}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{9 \times 3} = \frac{5}{27}$$

$$\bullet \frac{7}{5} \times \frac{-9}{14} = \frac{7 \times (-9)}{5 \times 14} = \frac{7 \times (-9)}{5 \times 2 \times 7} = \frac{-9}{5 \times 2} = -\frac{9}{10}$$

$$\bullet \frac{2}{5} - \frac{4}{15} \times \frac{5}{8} = \frac{2}{5} - \frac{4 \times 5}{15 \times 8} = \frac{2}{5} - \frac{4 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 2} = \frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} - \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{12 - 5}{30} = \frac{7}{30}$$

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#4_N2

2) savoir développer et réduire des expressions du type :

$$\bullet A(x) = (3x+5)(7x-2) = 3x \times 7x + 3x \times (-2) + 5 \times 7x + 5 \times (-2) = 21x^2 - 6x + 35x - 10$$

$$\text{soit } A(x) = 21x^2 + 29x - 10$$

$$\bullet (2x-1)^2 \text{ est une identité remarquable de la forme } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{donc } B(x) = (2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

On peut aussi écrire que $(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1)$, puis développer et réduire.

$$\bullet (x-5)(x+5) \text{ est une identité remarquable de la forme } (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\text{donc } C(x) = (x-5)(x+5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25.$$

$$\bullet D(x) = (-2x+1)(x+2) - (3x+1)(x+2)$$

$$D(x) = (-2x) \times x + (-2x) \times 2 + 1 \times x + 1 \times 2 - [3x \times x + 3x \times 2 + 1 \times x + 1 \times 2]$$

$$D(x) = -2x^2 - 4x + x + 2 - (3x^2 + 6x + x + 2)$$

$$D(x) = -2x^2 - 3x + 2 - 3x^2 - 7x - 2 \quad \text{soit } D(x) = -5x^2 - 10x$$

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#4_N4

3) savoir factoriser des expressions du type :

$$\bullet E(x) = 7x^2 + 3x = 7 \times x \times x + 3 \times x = x(7x+3)$$

$$\bullet F(x) = (x+3)(2x-1) + (x+3)(5x+3) = (x+3)[(2x-1)(5x+3)]$$

$$F(x) = (x+3)(2x-1+5x+3) = (x+3)(7x+2)$$

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#4_N4

et http://mathenpoche.sesamath.net/#3_N2

4) savoir résoudre des équations du premier degré :

- $x+5=3$

$$x+5-5=3-5$$

$$x=-2$$

la solution est -2.

- $3x+1=5$

$$3x+1-1=5-1$$

$$3x=4$$

$$\frac{1}{3} \times 3x = 4 \times \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

La solution est $\frac{4}{3}$.

- $4x+2=5x+11$

$$4x+2-2-5x=5x+11-2-5x$$

$$-x=9$$

$$(-1) \times -x = (-1) \times 9$$

$$x=-9$$

La solution est -9.

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#4_N5

5) savoir résoudre des équations produits :

- $(2x+3)(3x-2)=0$

c'est une équation produit : $2x+3=0$

$$2x=-3$$

$$\frac{1}{2} \times 2x = -3 \times \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

ou $3x-2=0$

ou $3x=2$

ou $\frac{1}{3} \times 3x = 2 \times \frac{1}{3}$

ou $x = \frac{2}{3}$

L'équation admet deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{3}$.

- $(-x+3)(-2x-7)=0$

c'est une équation produit : $-x+3=0$

$$-x=-3$$

$$x=3$$

ou $-2x-7=0$

ou $-2x=7$

ou $x = \frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#3_N2

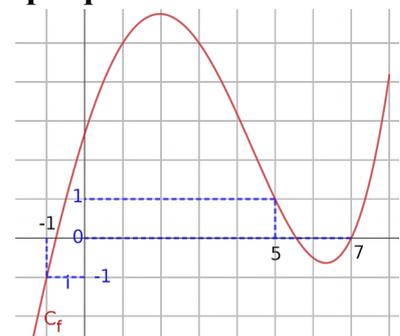
6) savoir lire images et antécédents sur une représentation graphique.

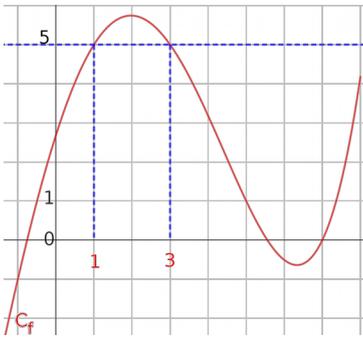
- Graphiquement, l'image de -1 par f est -1,

l'image de 5 est 1 et l'image de 7 est 0.

On peut aussi écrire :

$$f(-1)=-1 ; f(5)=1 ; f(7)=0 .$$





- Graphiquement, 5 a deux antécédents : 1 et 3

remarque : trouver les antécédents de 5 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=5$

7) Savoir calculer l'image d'un nombre par une fonction :

- $f(x)=3x-5$. image de -3 : $f(-3)=3 \times (-3) - 5 = -9 - 5 = -14$.

Donc -3 a pour image -14 par f .

De même, $f(17)=3 \times 17 - 5 = 46$.

- $g(x)=-2x^2+x+1$. $g(2)=-2 \times 2^2 + 2 + 1 = -2 \times 4 + 3 = -5$

$$g(-3)=-2 \times (-3)^2 + (-3) + 1 = -2 \times 9 - 3 + 1 = -20$$

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#3_N7

8) savoir déterminer l'antécédent par une fonction affine :

$$f(x)=-2x+9$$

- antécédent(s) de 21 par f

On cherche le ou les nombres x vérifiant $f(x)=21$,

$$\text{soit } -2x+9=21$$

$$-2x=21-9$$

$$-2x=12$$

$$\frac{1}{-2} \times (-2)x = 12 \times \frac{1}{-2}$$

$$x=-6.$$

21 a un antécédent par f , c'est -6 .

- antécédent(s) de 12 par f

On cherche le ou les nombres x vérifiant $f(x)=12$,

$$\text{soit } -2x+9=12$$

$$-2x=12-9$$

$$x=-\frac{3}{2}$$

12 a un antécédent par f , c'est $-\frac{3}{2}$.

aide et entraînement : http://mathenpoche.sesamath.net/#3_N8

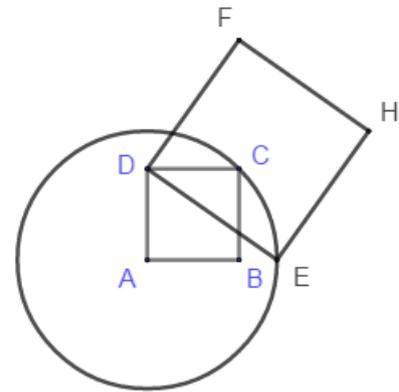
9) Savoir raisonner et calculer à partir d'une construction géométrique :

Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

Programme de construction :

- Construire un carré ABCD;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon AC;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB);
- Construire un carré DEFG.

Figure obtenue :



a.

b. Dans cette question, $AB = 10$ cm.

– Montrer que $AC = \sqrt{200}$ cm.

ABCD est un carré, donc le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $AB^2 = 10^2 + 10^2 = 200$ soit $AB = \sqrt{200}$ cm

– Expliquer pourquoi $AE = \sqrt{200}$ cm.

Par construction, E appartient au cercle de centre A et de rayon AC. Donc AE est un rayon de ce cercle : $AE = AC = \sqrt{200}$ cm.

– Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.

L'aire du carré ABCD est égale à $AB^2 = 100$ cm²

L'aire du carré DEFG est égale à DE^2 , que nous allons déterminer.

Le triangle DAE est rectangle en A, car ABCD est un carré.

D'après le théorème de Pythagore : $DE^2 = DA^2 + AE^2 = 100 + 200 = 300$

On en déduit donc que l'aire du carré DEFG est égale à 300 cm², elle est donc bien le triple de celle du carré ABCD.

c. On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD. En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré DEFG ayant une aire de 48 cm². Quelle longueur AB faut-il choisir au départ?

L'aire de DEFG étant le triple de celle de ABCD, on divise par 3 l'aire de DEFG

pour obtenir celle de ABCD, qui est donc égale à $\frac{48}{3} = 16$

On sait de plus que l'aire de ABCD est égale à AB^2 ,

donc $AB^2 = 16$, soit $AB = 4$ cm.

Remarque : on peut aussi mettre le problème en équation : soit x la valeur de AB, l'aire de ABCD est donc x^2 , celle de DEFG est $3x^2$.

On doit donc résoudre l'équation $3x^2 = 48$, soit $x^2 = \frac{48}{3} = 16$ ce qui donne $x = 4$ car x est une longueur, il ne peut pas être négatif.